大阪市立科学館研究報告 23, 1 - 6 (2013)

電磁気学再考 －変位電流を中心に－

高 橋　憲 明 *

概 要

電磁気学は完成した古典物理学の分野の一つである．しかし，必ずしも易しく理解できるとは限らないようである．J. C. Maxwell が基本となる方程式を発見して既に 150 年になろうとする今日でも，誤解や曲解がしばしば見られる．電磁波を考える上で基本的な，Ampère-Maxwell の法則で導入されている変位電流（電束電流）に関しても，理解の難しさ，実験の困難のためか，誤った記述が多々見られる状況である．電磁気学を基礎からはじめて，正しい理解を得るにはどの範囲を視野において考える必要があるか検討する．

1．古典電磁気学の組み立て

この話をするきっかけになったのは，物質中の変位電流がつくる磁場を扱った実験論文が，日本物理教育学会誌への投稿のさい掲載不可として返却されたことである．変位電流は磁場をつくらないというのが定説であるという理由であった．納得しない会員が多くいたため，学会では，変位電流に関して最近の見解を紹介する特集を組むことになった．学会誌”物理教育”をご覧になった方はご存じであろう [1)]．上の定説を作るに至ったと思われるいくつかの最近の論文に触れてみると，大切な点が抑えられずに議論されていることが如何に多いかを見る破目となった．

電磁気学を正しく理解するには何をどの範囲まで考えるべきであろうか．そのために，どの程度まで，修得する必要があろうかを．ここでは併せて検討したい．

まず，電磁気学の基本法則は Maxwell の方程式である．これは，誰にも認められることである．真空中の方程式は微分形で表すと，電場 $\boldsymbol{E}$, 磁束密度 $\boldsymbol{B}$ を，電荷密度 ρと電流密度 $\boldsymbol{j}$ を使って，

$$\mathrm{div}\ \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$$
$$\mathrm{div}\ \boldsymbol{B} = 0$$
$$\mathrm{rot}\ \boldsymbol{E} + \partial \boldsymbol{B}/\partial t = 0$$
$$1/\mu_0\ \mathrm{rot}\ \boldsymbol{B} - \varepsilon_0 \partial \boldsymbol{E}/\partial t = \boldsymbol{j}$$

と書ける．ここで $\varepsilon_0\ \mu_0 = 1/c^2$ で，c は真空中の光速である． ε_0, μ_0 はそれぞれ，真空の誘電率，透磁率と呼ばれ，電気や磁気作用の強さを与える定数である．また，磁束密度 $\boldsymbol{B}$ は習慣上，磁場とも呼ばれるので，磁場 $\boldsymbol{H}$ との混同のない限り，ここでも $\boldsymbol{B}$ を磁場と呼ぶ．方程式は，上から順に電場に関する Gauss の法則，磁場に関する Gauss の法則，電磁誘導の法則，Ampère-Maxwell の法則と名付けられている．$\boldsymbol{E}$ や $\boldsymbol{B}$ さらに ρ や $\boldsymbol{j}$ も位置，時間の関数で，位置をベクトル $\boldsymbol{r}$, 時間を t で書こう．Maxwell の方程式は 4 組あって，3 次元ベクトルの式であるため，結局は 8 個の数式から成り立っている．この方程式群から定めるべき量はρや $\boldsymbol{j}$ が与えられているとして $\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{B}$ 計 6 個である．歴史的には，色々の法則が打ち立てられ，それらなりに有効であった．しかし，殆どの法則は Maxwell の方程式に至る道筋において発見されたもので，Maxwell の方程式を手にした今から考えると，ある条件の下においてのみ成立するものが多い．

2．変位電流と磁場

さて，変位電流である．上の Maxwell 方程式の最後の Ampère-Maxwell 式の左辺に含まれている $\varepsilon_0 \partial \boldsymbol{E}/\partial t$ が変位電流密度と呼ばれ，電磁波の記述に本質的な役割を果たす．Maxwell がこの項を導入して永らく，その役割に関して議論百出であった．しかし，20 世紀になってベクトル解析が発展し，数式を直感的に捉えることができるようになると，変位電流の役割が正しく見られるようになったようである．磁場の回転 rot$\boldsymbol{B}$ に対して電流密度 $\boldsymbol{j}$ と変位電流密度 $\varepsilon_0 \partial \boldsymbol{E}/\partial t$ の寄与は等

*中之島科学研究所　ntakahas@rcnp.osaka-u.ac.jp

価であることが認識されるのである. そこで両者の区別が必要なときには j を伝導電流密度とか実電流密度とか呼ぶことがある. さて, 何度も電流密度と言う概念が出てきたが, 単位断面積あたりの電流という意味であり, 単位は A/m^2 である.

1960 年頃から主として米国で物理教育課程, 特に教科書が見直されることになり, このさい難しい変位電流について随分議論されたようである. 例えば A. P. French らは, 振動数の小さい, いわば準定常電流回路がつくり出す磁場を求めるには, Biot-Savart の法則で十分で, 変位電流の寄与は小であることを示している[2]. しかし同時に, 電磁波を解析するには元の電荷, 電流に立ち戻るのはあまりにも繁雑であり, 近接作用で変位電流を考えることが以何に有効であるかにも触れている.

この種の議論は最近まで続いており, D. F. Bartlett や J. Roche は以下に述べるような例を挙げ, 変位電流が磁場をつくらないことを示したと主張する[3]. それでは, 次章で変位電流は磁場をつくらないという命題について, 考えて見よう.

3. コンデンサー電極間の磁場

よく使われる例であるが, 2 本の半直線電線に接続された軸対称の平行平面板コンデンサーを考える. 極板の半径は a, 面積は $S\,(=\pi a^2)$, 極板間の間隔は d としよう.

Biot-Savart の法則を使って直線定常電流 I から距離 R 離れた点の磁場 B を求めることができる.

$$B=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}.$$

コンデンサーの極板間の電場 E は, 時間 t の間電荷が蓄えられたとして,

$$E=\frac{It}{\varepsilon_0 S}$$

である. コンデンサー間では電場の時間変化により,

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial E}{\partial t}=\frac{\mu_0 I}{S}$$

Stokes の定理によって, 電線の周り半径 $r(r<a)$ の道筋での B の線積分が, 変位電流密度の面積分に等しいとして,

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{r}{a^2}$$

が得られる.

この磁場の値はコンデンサーの極板上を流れる電流によるものとして, 計算することができる. コンデンサーの極板上では一様に帯電されるとして, 中心から半径 r の点での電流の線密度は

$$i_c=\frac{I}{2\pi}\frac{1}{r}(1-r^2/a^2)$$

従って, これによる磁場は

$$B_c=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{r}(1-r^2/a^2)$$

となる. 電線の作る磁場と併せると, まさにこれは $\partial \boldsymbol{E}/\partial t$ がつくるとした値と一致する. 従って, 磁場は実電流によって生じているのであって, 変位電流が磁場をつくるのではないと言う主張をよく見る.

この議論を吟味してみよう. 電流がつくる磁場を求めるときに使う Biot-Savart の法則は, 遠隔作用の立場で定常電流を扱うのに極めて有用な法則である. ただ, この法則は電流素片の概念を内蔵しており, これを使うさいに注意すべきことについて考えて見る.

2 つの電流 I_1 と I_2 の間に作用する力 $\boldsymbol{F}$ を, それぞれの電流素片 $I_1 \mathrm{d}\boldsymbol{s}_1$, $I_2\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2$ の間に作用する微小な力 $\mathrm{d}\boldsymbol{F}$ のベクトル和として求めてよう.

電流素片 $I_1\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1$ が $I_2\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2$ の素片のある点につくる磁場を, Biot-Savart の法則によって遠隔作用で記述する. $I_2\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2$ が受ける力は, $\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1$ から $\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2$ への変位を $\boldsymbol{R}$ として,

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\boldsymbol{F}_{1->2}&=I_2\,\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2\times\left(\frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\times\boldsymbol{R}/R^3\right)\\&=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2\times(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\times\boldsymbol{R}/R^3)\\&=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\{\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2\cdot\boldsymbol{R}/R^3)-\boldsymbol{R}/R^3(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2)\}\end{aligned}$$

で表される. 同様に逆向きの力は

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\boldsymbol{F}_{2->1}&=I_1\,\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\times\left\{\frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2\times(-\boldsymbol{R}/R^3)\right\}\\&=-\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\times(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2\times\boldsymbol{R}/R^3)\\&=-\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\{\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{R}/R^3)-\boldsymbol{R}/R^3(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2)\}\end{aligned}$$

と記述できる.

2 つの式の第一項を比べると, このままでは, この二つの力は作用反作用の法則を満たしていないことが明瞭に示されている.

しかし, もともと電流が流れるには電源の中も含めて, 電流が連続していることが必要であるから, 閉回路について線積分を取ると, これらの力は

$$\boldsymbol{F}_{1->2}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\oint\oint\{\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2\cdot\boldsymbol{R}/R^3)-(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{R}/R^3\}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\{\oint \mathrm{d}\,s_1 \int \mathrm{rot}\,(\boldsymbol{R}/R^3)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{A}_2$$

$$-\oint\oint(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{R}/R^3\}$$

第一項に Stokes の定理を適用して,

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\oint\oint(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{R}/R^3.$$

同様に,

$$\boldsymbol{F}_{2\text{->}1} = -\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\oint\oint(\mathrm{d}\boldsymbol{s}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}_2)\boldsymbol{R}/R^3$$

となって, $\boldsymbol{F}_{1\text{->}2}$ と $\boldsymbol{F}_{2\text{->}1}$ は作用反作用の法則を満たしていることが見て取れる. $\mathrm{d}\boldsymbol{A}_2$ は $\boldsymbol{s}_2$ を周囲とする微小面要素である. このことを考えると, Biot-Savart の法則を使うときには, 閉じた回路に流れる定常電流を対象にした法則であることを忘れてはならない. 電流間に働く力は回路全体間に働いていると考えるべきである. 電流素片は物理的な実存ではないことも考慮する必要がある.

この解決法に関して, すぐに出る疑問は伝導電流がつくる磁場をBiot-Savart の法則を使って求めていること, 平行平面電極板上の電荷は一様に分布することを挙げることができる. いずれも定常的な場合に成り立つ記述であって, 場が時間的に変化するときは単に近似でしかない. 実際, 極板上の電荷には加速度が生じるため, 電磁波が発生するし, 電線の周りには磁場と変位電流が発生するため, これらの効果も考えないといけない. 考える基はあくまで Maxwell の方程式なのである.

電場, 磁場の変化が緩やかな場合は, もともと $\partial\boldsymbol{E}/\partial t$ が殆ど 0 であるから, 本来, 変位電流のない場合を考察しているようなもので, 伝導電流がつくる磁場しか見えてこないのは当然である. 実際問題として振動数が小の場合, 磁場の計算等はこの近似で十分なことが多いであろう. しかし, 原理的にはそうはいかないことをよく考えるべきである. そのときは Maxwell の法則が何を述べているかを注意深く検討しなければならない.

他の設定として, 半直線上の定常電流が電線の先端に電荷を蓄えるという現実には起こらない想定の下に, 電荷の作る球対称電場と直線電流が作る磁場を比較して変位電流の磁場への寄与がないと主張するのもある.

例えば, しばしば想定される半直線電流の概念は, 電流素片を無限遠から原点の様な空間のある点まで繋ぎ合わせたようなものである. 仮にもう一つ別に半直線電流を考えて, 両者が平行でないとすると, この間に働く力は作用反作用の法則を満たさない. もし, 半直線電流が実現できるなら作用反作用の法則を満たさないような力の研究ができるかも知れないが, 誰もそのようなことに挑戦しない. このような概念を用いて変位電流が磁場をつくるかどうか議論すること自体, 始めから矛盾を内蔵していることに注意しなければならない. また, 電流による磁場を求める上記の考えは遠隔作用を基にしている. 近接作用の立場を取る Maxwell 方程式によると, コンデンサーの極板間では磁場の回転が変位電流密度に等しいことを忘れてはならない.

4. 積分形の電場, 磁場の表示

他の議論の一例を示そう.

電荷, 電流を与えて, Maxwell の方程式から特別な解を得ることができる. 電気, 磁気の作用は光速 c で伝わることを考慮して, 電荷や電流による電場, 磁場が求められている. 電荷, 電流のある位置 $\boldsymbol{r}'$ から時刻 t で電場, 磁場を観測する点 $\boldsymbol{r}$ との距離 R は

$$R = |\,\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'\,|$$

で, 作用が伝わるためには, 電磁波が直進することを考えて

$$R\,/\,c = |\,\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'\,|\,/\,c$$

の時間が必要である. 電荷, 電流の時間と場所として, $\boldsymbol{r}'$ と t を用いるのではなく, 伝播に要する時間だけ前の, いわば, 遅延した時刻

$$\tau = t - |\,\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'\,|\,/\,c$$

を取る必要がある.

このような方法で求められた解は, Jefimenko 式と呼ばれ, 次のように表現されている.

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},\ t) = (\mu_0/4\pi)\int_{V'}\mathrm{d}\,\boldsymbol{r}'^3[\{\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}',\ \tau)$$

$$+\mathrm{d}\,\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}',\tau)/\mathrm{d}t\,|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|/\,c\}\times(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\,)/|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3]$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},\ t) = (1/4\pi\varepsilon_0)\int_{V'}\mathrm{d}\,\boldsymbol{r}'^3[\{\rho(\boldsymbol{r}',\ \tau)$$

$$+\ \mathrm{d}\,\rho(\boldsymbol{r}',\tau)/\mathrm{d}\,t\cdot|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\,/\,c\}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'\,)/|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3$$

$$-\mathrm{d}\,\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}',\tau)/\mathrm{d}t\,/|\,\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|c^2\,]$$

ここで, $\mathrm{d}\boldsymbol{r}'^3$ は体積積分要素で, $\int_{V'}\mathrm{d}\,\boldsymbol{r}'^3$ は電荷電流が存在する領域の体積 V’ に亘って, 後に続く

[. . .] 内を積分することを表す. これらの式は電荷, 電流からの近接作用を積み上げて, 電場, 磁場を遠隔作用に似た積分形式によって示している [4].

遅延効果によって, ρ , $\boldsymbol{j}$ のほかに dρ/dt および d$\boldsymbol{j}$/dt が電場, 磁場の源として入っているが, $\boldsymbol{B}$ は ρ と $\boldsymbol{j}$ によって生じ, 一見 $\partial\boldsymbol{E}/\partial t$ は無関係で, 寄与していないことが読み取れるという. 従って, 変位電流は磁場をつくらないという結論を出している. それでは, Jefimenko 式の $\boldsymbol{E}$ の表式を見ると $\partial\boldsymbol{B}/\partial t$ は入っていないので, 電磁誘導は生じないのかという疑問も出よう.

Jefimenko 式で電磁波を考察することになれば, 電荷, 電流とその時間変化が電場, 磁場の源と言うことになろうが, そう素直に行くものとは考えられない. 例を挙げよう;17 万年前に超新星爆発が起こって電磁波が放出された. 直進する電磁波は, 当時考えられさえもしなかった地球上に設置された望遠鏡に入り屈折する. 屈折した光について, レンズに入る前後の電場磁場の振る舞いは, 爆発当初の電荷, 電流からの遠隔作用でどう説明できるのであろうか. 電荷, 電流はレンズの存在など知る由もないのである. 真空中を伝わる電磁波は, 電場と, 磁場が影響し合って進行し, 今の場合なら, 屈折の現象を示すものと, 近接作用で考えるのが素直で, これ以外に見通しの良い方法はないであろう. はじめに示した French and Tessman の論文にも, 遠隔作用で電磁波の伝搬を説明するのは, "馬鹿げている"ほど複雑であるとあるが, それだけでは済まないであろう.

ではなぜ, Jefimenko 式, 例えば $\boldsymbol{B}$ において, 変位電流の寄与がないように見えるのであろうか. 数式を処理する中で, 電場 $\boldsymbol{E}$ は Maxwell の式にしたがって消去されているのである. もう一つ, Maxwellの方程式は電荷 ρ と電流密度 $\boldsymbol{j}$ が電場, 磁場をつくり出す方程式である. 電荷, 電流の時間変化は入っていないのである. この物理的な意味は何であろうか.

だが, その不思議は次のように解決できる.

まず, 電磁波が伝わる速さ c は当然電磁気学から導出される. Maxwell の方程式を電荷, 電流のない真空中に対して書くと

$$\mathrm{rot}\ \boldsymbol{E}+\partial\boldsymbol{B}/\partial t=0,$$

$$\mathrm{rot}\ \boldsymbol{B}-1/c^2\ \partial\boldsymbol{E}/\partial t=0$$

$$\mathrm{div}\ \boldsymbol{E}=0$$

$$\mathrm{div}\ \boldsymbol{B}=0$$

である.

はじめの 2 式から速さ c で伝わる波動が導かれる. よく見ると電磁波の速さは変位電流の項から導かれているのである. もちろん, $\varepsilon_0\ \mu_0=1/c^2$ である. 後の 2 式はその波動が縦波成分を持たず, 横波であることを導く.

遅延効果を考えるさいに, 既に変位電流項を考慮しているのである. 作用が伝わる過程とは, 電場の時間変化が磁場の回転をつくり, 磁場の時間変化が, 電場の回転をつくりつつ伝播する電磁波そのものである. ではここで, つくるとは何を意味するか, 考えてみよう.

先ほどの電荷, 電流のない真空中での電場, 磁場の方程式の解で, z 軸の正の向きに進む角振動数 ω, 波数 $\boldsymbol{k}$ (z 軸の正の向き)の平面波を考える. 電場の振動面を x-z 面にとっても一般性は損なわれない. 磁場の振動面は y-z 平面となり, 電場, 磁場, 波数の 3 つのベクトルは右ねじの関係にある. 波は

$$E=E_0\sin(\omega t-kz),$$

$$B=B_0\sin(\omega t-kz)$$

で表す事ができる. 両者は同じ位相であることに注目することが大切である. B_0, E_0 は磁場, 電場の最大振幅で,

$$B_0=(1/c)E_0$$

,

の関係がある.

電場 $\boldsymbol{E}$, 磁場 $\boldsymbol{B}$ の時間変化は, 分かりやすいが, その回転は何に対応しているかと言うと, この場合, rot$\boldsymbol{E}$ や rot$\boldsymbol{B}$ は $\boldsymbol{E}$ や, $\boldsymbol{B}$ の z 軸方向の位置に関する変化率になっている. 時間の微小な変化 Δt に対して, 電場が ΔE 変化すれば, 磁場は $\Delta B/\Delta z=-(1/c^2)\ \Delta E/\Delta t$ の変化率を示し, 磁場が時間変化 Δt に対して, ΔB 変化すれば, 変化率は$-\Delta B/\Delta t=\Delta E/\Delta z$ である. さて, 時間変化 Δt に対する電場の位相変化は $\omega\Delta t$ であり, これは磁場の位相変化 $-k\Delta z$ に等しい. 勿論, 電場の位相変化も同じである. ここで,

$$\Delta z/\Delta t=\omega/k=c$$

であり, 波が速さ c で伝わることを示すが, それと同時に電場の変化が磁場の変化を誘起し, 逆に磁場の変化が電場の変化を誘起している構造に着目することが大切である. この構造によって, 電磁波が空間を伝播し, エネルギー密度の流れ

$$\boldsymbol{S}=(1/\mu_0)\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$$

が同時に速さ c で伝播する.

くどいようであるが，もう一度纏めてみる. 電磁波の波面を考えると，時間が経過しても位相は変化せず波が電場，磁場をつくりつつ，真空中を c の速さで突き進んでいる. この様子を表すのがエネルギー密度の流れ $\boldsymbol{S}$ である. 電場の時間変化とそれがつくる磁場の位置変化，および，磁場の時間変化とそれがつくり出す電場の位置変化が寄与する位相の絶対値はすべて同じであるためである. 明らかに，電場をつくり出すものは磁場の時間変化であり，磁場をつくり出すものは変位電流である. この事情は振動数 ω の大小に関係なく起きるものである.

さらに，Ampère-Maxwell の式 $1/\mu_0\ \mathrm{rot}\boldsymbol{B} = \boldsymbol{j} + \varepsilon_0\partial\boldsymbol{E}/\partial t$ は実電流と変位電流が磁場の回転に対して等価であることを示している. 電流が磁場をつくり出すというなら，変位電流も同様の資格をもって寄与しているのである. 因みに，変位電流を $\boldsymbol{j}_\mathrm{d}=\varepsilon_0\partial\boldsymbol{E}/\partial t$ と書くと，磁場の変化率との関係は

$$\partial B/\partial z=-j_\mathrm{d}$$

の形になって，Newton の運動方程式 $\mathrm{d}\boldsymbol{p}/\mathrm{d}t=\boldsymbol{F}$ と似た構造になる. 因果律の議論はさておき，変位電流が磁場をつくると表現することが，どういう意味か見て取れるであろう.

Jefimenko 式に戻ろう. 結果を導出する数式の操作に含まれている電磁波の伝播を見逃してはならない. 結果の式だけを見ても，本質は判断できない例である. 近接作用の過程は，$1/\mu_0\ \mathrm{rot}\boldsymbol{B}= \varepsilon_0\partial\boldsymbol{E}/\partial t$ によって，変位電流が磁場をつくることが見えて来るであろう. 菅野論文[1]の立場と基本的に変わるところはない.

Jefimenko の式による遠隔作用型の表示は，なかなか役に立つことも多いが，今の場合，その式だけを見ると Maxwell の方程式によって表されている近接作用とは異なった物理を提示している. 本質的には Maxwell 方程式の解であるが，$\partial\boldsymbol{B}/\partial t$ や $\partial\boldsymbol{E}/\partial t$ が消去され，代わりに $\mathrm{d}\boldsymbol{j}/\mathrm{d}t$ や $\mathrm{d}\rho/\mathrm{d}t$ が出ているし，$\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{E}$ の間の関係，電磁波の速さ c がどこから出てくるのかさえ，明瞭には示されていない.

5. 特殊相対性理論

もう一点，古典電磁気学で大切なことを述べよう. 静止した電荷と静磁場との間に相互作用はない. しかし，この設定を動いている座標系から見ると，電荷は電流に見えるため，磁場から力を受ける. 見方によって力が働いたり，消えたりするのは何を意味するのか. Einstein の相対性理論第一論文に記述がある[5].

動いている座標系では電流と磁場の間で力が働くが，磁場が動いていることによって電場が生じ，電荷に作用して力が打ち消されているのである. どちらの座標系から見ても，力は働かず，矛盾は解消された.

このように，電場と磁場は別物ではなく，慣性系同士の Lorentz 変換によって混じり合う. 従って，静電場. 静磁場の場合は別としても，電場と磁場は恒に共存している. Mawxell の方程式は電荷や電流が単に電場や磁場を生成し，電磁波の存在を記述しているだけではないのである.

x 軸に沿って速さ v で移動する Lorentz 変換

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}},$$

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

を考える. ここで，$v/\mathrm{c}=\beta$, そして

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = 1/\sqrt{(1-\beta^2)}$$

と書くことにしよう.

この変換によって電場，磁場の各成分は

$$E_{x'}(\boldsymbol{r}',\ t') = E_x(\boldsymbol{r},t),$$

$$B_{x'}(\boldsymbol{r}',\ t') = B_x(\boldsymbol{r},t)$$

であるが，他の成分は

$$E_{y'}(\boldsymbol{r}',\ t') = \gamma\ \{\ E_y(\boldsymbol{r},t) - c\beta\ B_z(\boldsymbol{r},t)\ \},$$

$$E_{z'}(\boldsymbol{r}',\ t') = \gamma\ \{\ E_z(\boldsymbol{r},t) + c\beta\ B_y(\boldsymbol{r},t)\ \}$$

と変換され，

$$B_{y'}(\boldsymbol{r}',\ t') = \gamma\ \{B_y(\boldsymbol{r},t) + \beta/c\ E_z(\boldsymbol{r},t)\}$$

$$B_{z'}(\boldsymbol{r}',\ t') = \gamma\ \{B_z(\boldsymbol{r},t) - \beta/c\ E_y(\boldsymbol{r},t)\}$$

との形となる. もはや電場は電場だけ，磁場は磁場だけで記述できるものではなく，電場と磁場は一体の電磁場として捉えないといけないことを示している.

電場と磁場はそもそも独立に存在するものではないし，ここでは示さないが，座標系が異なれば，$\boldsymbol{E}$ や $\boldsymbol{B}$ の値は異なっても，Lorentz 変換によって結びつけられ，

E と B はMaxwellの方程式を恒に満たしている. すなわち方程式の形は不変である. これを Lorentz 変換に対する共変性と呼んでいる. これを実際に示すには, 例えば上記の教科書などを参照されたい.

6. おわりに

大学で電磁気学を勉強するとき, Maxwell の方程式への道筋として, 必ずしも良く理解されていないと考えられる静電気, 静磁場から始めて, 定常電流による磁場を学ぶ. Biot-Savart の法則も, このうちの一つである. しかし, これはあくまで入口であり, 本当の電磁気学はMaxwellの方程式をものにしてからが始まりである. 電磁波の生成, その性質, 光の屈折, 回折, 反射を学ぶと良いであろう. これらのものを修得するには時間が掛かるけれども, 決して超困難というわけではない. さらに, Lorentz 変換による Maxwell 方程式の共変性まで進むと, 電磁気学の全貌が見えてくる. 大部な専門書[6]を開くまでもなく, 実際旧教養部での教科書にその例がある. 参考文献[7] は適度なページ数の範囲でこれらを解説している.

伝導電流ではなく, 変位電流を回路要素間に流して極めて速い電気回路を実現しようとする試みがある. 変位電流（密度） $\varepsilon_0\partial E/\partial t$ は, 電束密度 $D=\varepsilon_0 E$ を使って $\partial D/\partial t$ とも 書かれるため, Ddot とも呼ばれる. 変位電流を局在させて流す媒体が Ddot 電線である. これが電子回路の将来となりうるかは別として, Ddot 電線を駆使できれば, 金属でできた電線に局在して流れる伝導電流を使うよりも遙かに速い, 損失の少ない電気回路を構築できるはずである(metatronics). ここで言う変位電流は, 電磁誘導の法則と Ampère-Maxwell の法則によって電磁場をつくり出し, 伝播させている以外の何者でもない. このような基礎研究の一例は米国物理学会が Selected for a Viewpoint in Physics として掲載している論文である[8]. 一読の価値がある. このことを考えると, 定常電流に近い回路では変位電流の効果の寄与が小さいことを敷衍して, 変位電流が磁場をつくらないという命題を述べるとき, 本質を逃していることに気が付くであろう.

我が国の高校物理の教科書において, 電磁波の生成過程に関しては数式での定量的な記述は無理としても, 磁場の時間変化が電場をつくり, 電場の時間変化が磁場をつくりだすとある. 第 4 章で述べたように電場の時間変化が磁場の回転をつくり, 磁場の時間変化が, 電場の回転をつくりつつ, 伝播する様子を表したものである. 正当な表現であると考える.

中学, 高校の物理における電気, 磁気, 電磁波の基礎づけに自信を持つためには, あるいは, 大学で電磁気学を修得するには, Maxwell の方程式の修得, それから電磁波に至る展開, そして相対性理論による電場, 磁場の統一を含むのは, 必須であることを示したつもりである. 特に, 電磁気学は力学とは異なる記述法を用いて, 近接作用の物理学を完成したものである. これらを学習, あるいは再学習するには, 教科書をどのように記述するのがよいか議論を喚起したい.

この稿は 2012 年 5 月日本物理教育学会近畿支部総会（中之島研究所コロキウムと同時開催）で話した内容を敷衍したものである. 近畿の物理教育編集部の許可を得て, 大阪市立科学館研究報告に掲載を御願いしたものである.

変位電流に関する考えを整理するに当たって, 大阪市立大学菅野礼司名誉教授, 大阪大学山崎修一郎名誉教授, 東京大学大西直毅名誉教授, 大阪市立科学館学芸課長斎藤吉彦博士, 東京農工大学覧具博義名誉教授, 大阪大学土岐博名誉教授, 横田穰一博士, 神戸大学原俊雄準教授, 神戸高校秋山和義教諭, 東京大学霜田光一名誉教授, 元広島工業大学教授井上光博士はじめ, 多くの方々との議論は大変貴重であった. お礼申し上げる. さらに物理教育誌の特集編集過程で東京大学兵頭俊夫名誉教授, 筑波大学付属高校教諭鈴木亨博士との議論は問題点を浮き上がらせるに有益であった. お世話になった方々に心から感謝したい.

参考文献

1) 物理教育 **60** (2012) pp.31-61.

2) A. P. French and J. R. Tessman, Am. J. Phys. **31** (1963) 201.

3) D. F. Bartlett, Am. J. Phys. **58** (1990) 1168, J. Roche, Euro. J. Phys. **19** (1998) 155.

4) J. A. Heras, Am. J. Phys., **79** (2011) 409.

5) A. Einstein, 相対性理論 内山龍雄訳 岩波文庫

6) 砂川重信 理論電磁気学 紀伊國屋書店

7) 斉藤晴男, 松田久, 砂川重信共編, 物理学への道 下巻 学術図書出版社

8) B. Edwards and N. Engheta, Phys. Rev. Lett. **108**, (2012) 193902.