2012を分解すると

1. はじまり

4, 9, 16, 25, 36, , , など自然数の2乗になっている数を平方数、8, 27, 64, 125, , , など自然数の3乗になっている数を立方数と呼びます。数を2つの平方数や立方数の和に分解できるかどうか調べることは、数学の発達の中では、重要な役割を果たしました。

数の分解については、次の逸話があります。ラマヌジャンというインド生まれの天才数学者がいました。英国に留学するも生活習慣が合わず、病気になってしまいます。彼の恩師のハーディが見舞い行き、病床の下の彼に「タクシーに乗って来たが、ナンバーが1729だった。つまらない数字だ」と言いました。ところがラマヌジャンは「そんなことはありません。ふたつの3乗の和で2通りに表される最小の数なんですから。」とたちどころに答えたそうです。実際、1729は12^3+1^3そして10^3+9^3と分解できます。

インド生まれの天才数学者ラマヌジャン

さて、正月を前に2012年の2012という数字も平方数や立方数の和で表せないものだろうかと考えました。公式のようなものを知らないので、手当たり次第いろんな数字を当てはめてみたのですが、うまくいきません。ギブアップして2012はつまらない数字だった。そんなことを1月号の編集後記に書いたのでした。

2. ところが

ところが友の会の会員の月菊さんから2012は、$12^3+6^3+4^3+2^3-12^0-6^0-4^0-2^0$あるいは$13^3-5^3-8^2+5^1-8^0$、$13^3-5^3-4^3+5^1-4^0$と表されるとメモをいただきました。

そうか、2つに分解するのでなければ可能性がありそうだとごちょごちょやると、小一時間くらいで$6^4+5^4+4^3+3^3$を見つけました。引き算を使わないのが売りです。それを編集後記に書くとさらに今度は友の会の乾さんが、$2^{11}-6^2$とも表せるとメールをいただきました。他にも$2^{11}-2^5-2^2$、$3^7-4^4+3^4$、$15^3-11^3-2^5$、$14^3-7^3-17^2-10^2$、$13^3-11^2-8^2$など次々と発見してくれました。でも、この分だと2012以外の数でもこんなふうに分解する方法がいくらでもありそうです。

3. オリンピックの年なら必ず....

今年は、オリンピックの年、つまり4の倍数の年です。4より大きな4の倍数は、必ず平方の差で表せることも乾さんから教わりました。$4n=(n+1)^2-(n-1)^2$だからです。実際2012は504^2-502^2と表せます。

この4という数は、数の分解にとって特別な意味を持つようです。2012を4で割った商、503は素数です。4で割ると3余る素数です。これが惜しい。余りが1だったら、その証明はとても難しいのですが、必ず平方数の和で表せるのです。例えば、2036なら22^2+10^2とも510^2-508^2とも表せます。2012もそんな数だったら面白かったのに。

さて、こんな話にどんな意味があるか疑問に思うのは当然だと思います。また、どうして4で割ると1余る素数は、平方数に分解できるのでしょう。興味のある方は、ぜひ参考文献をご覧ください。

大倉　宏（科学館学芸員）

参考文献　小山信也「平方数和となる素数の正体」
（ネットで探すとpdfファイルが見つかります。）