

人工衛星の位置を計算したい！

石坂 千春(天文担当主任学芸員)

2015年12月3日、小惑星探査機はやぶさ2が地球スイングバイをして、目的地である小惑星「りゅうぐう」(1999JU₃)に向かう軌道にのりました(図1)。

はやぶさ2は、地球スイングバイの最接近の時、地上3000kmあまりを飛行するので、もしかしたら観測できるかも、という期待も高まりました。

それに備えて、はやぶさ2が大阪から、いつ、どの方向に見えるか、を計算してみました。

数式ばかりで恐縮ですが、どんな計算をしたのかを忘れてしまわないように書き残しておきたいと思います。

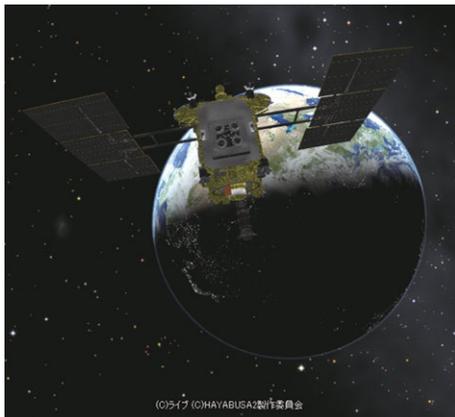


図1. 地球スイングバイする小惑星探査機はやぶさ2(想像図)

[©ライブ/HAYABUSA2製作委員会]

1. はやぶさ2の軌道データ

公開されたデータは、地球中心の赤道座標系(2000年基準)の(X、Y、Z)3方向の距離(km)情報でした(図2)。

天体の場合には距離ではなく、角度(赤経・赤緯など)で位置を表すのが一般的ですが、はやぶさ2や人工衛星など、地球のすぐ近くを飛行する物体の場合、運用上、角度データより距離データの方が便利なのだそうです。

でも、地上から観測するには、赤経・赤緯もしくは高度・方位データでないと不便です。

そこで、公開されたXYZデータを公式を使って角度データ(赤経 α 、赤緯 δ)に変換します。

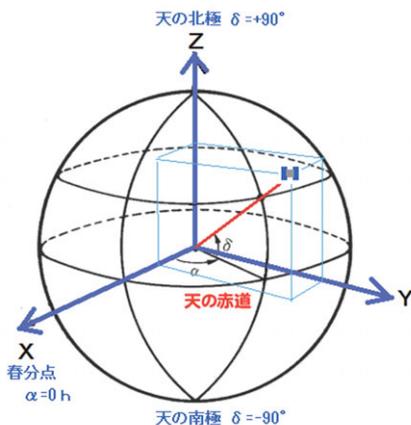


図2. 赤道座標系の直交座標

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{Y}{X}, \quad \delta = \tan^{-1} \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \quad \dots \textcircled{1}$$

2. 大阪市立科学館からは・・・？

上の計算で得られた赤経 α 、赤緯 δ は地球中心に対するものなので、大阪で見たとときの数値とは違います。自転によって赤道座標系に対する大阪の位置は移動しますから、自転の効果(グリニッジ恒星時 Θ_g)を考慮して、科学館の位置(東経 $\lambda = 135.49333^\circ$ 、北緯 $\phi = +34.68833^\circ$ 、標高 0m)での、はやぶさ2の赤経 α_o 、赤緯 δ_o を求めます。

式①に代入するのは、原点を地球中心から科学館に移動させた(X_g, Y_g, Z_g)です。

$$X_g = X - X_{\text{osaka}}, Y_g = Y - Y_{\text{osaka}}, Z_g = Z - Z_{\text{osaka}}$$

ここで $X_{\text{osaka}}, Y_{\text{osaka}}, Z_{\text{osaka}}$ は、自転する地球(回転楕円体)上にある大阪の赤道座標系での位置で、次の計算によって求めます(R は地球中心から大阪までの距離)。

$$X_{\text{osaka}} = R(\cos \phi \cos \lambda \cos \Theta_g - \cos \phi \sin \lambda \sin \Theta_g)$$

$$Y_{\text{osaka}} = R(\cos \phi \cos \lambda \sin \Theta_g + \cos \phi \sin \lambda \cos \Theta_g)$$

$$Z_{\text{osaka}} = 0.993325628R \sin \phi$$

$$R = \frac{6377.397155}{\sqrt{1 - 0.00667437223 \sin^2 \phi}} \quad (\text{km})$$

最後に、赤経 α_o 、赤緯 δ_o を、地平座標(高度 h ・方位 a)に変換します。

$$a = \tan^{-1} \frac{-\cos \delta_o \sin(\Theta_g + \lambda - \alpha_o)}{\cos \phi \sin \delta_o - \sin \phi \cos \delta_o \cos(\Theta_g + \lambda - \alpha_o)}$$

$$h = \sin^{-1}(\sin \phi \sin \delta_o + \cos \phi \cos \delta_o \cos(\Theta_g + \lambda - \alpha_o))$$

3. はやぶさ2は見えただのか？

こうして計算した位置と、ステラナビゲータ10の予報値を比べてみると、まあまあ、いい線を書いていました。たとえば、18:30の値で比べたのが下の表です。

表. 2015年12月3日18:30のはやぶさ2の位置

| | 赤経 | 赤緯 | 方位 | 高度 |
|------------|--------|--------|---------|--------|
| ステラナビゲータ10 | 17.220 | 69.890 | -23.863 | 31.786 |
| 石坂の計算値 | 17.226 | 69.812 | -23.944 | 31.782 |
| 差 | +0.006 | -0.078 | -0.081 | -0.004 |

※残念ながら当日、まさにそのタイミングで雲がきてしまい、観測することはできませんでした。というわけで、心の目でスイングバイを見守りました。いってらっしゃい、はやぶさ2！