



窮理の部屋 170

数式時計

テレビ番組で、文字盤の1から12の数字の部分が数式になっている時計を見つけました。今や、そんな時は「時計 数式」でネット検索すれば、すぐに類似の商品がいろいろ見つかって、手に入れることもできるのですが、どうも私の気に入るものがないのです。

というのも、例えば「8時」が「 $16/2$ 」とか、「2時」が「 $\sqrt{4}$ 」とか、「10時」が「 $\log(100^5)$ 」になっていたりするのです。確かに「 $16/2$ 」は「8」ではあるのですが、数式ならなんでもいいというわけではありません。こういう特に意味のない数式がひとつでも入っていると、う～んどうして…とってしまうのです。

そこで、私なりに数式時計の文字盤を考えてみました。もちろん、各数字にどのような数式を置くかは、ひとそれぞれ好みではあるのですが、こんな文字盤の時計はいかがでしょうか。

「1時」は、 e (自然対数の底)、 i (虚数単位)、 π (円周率)の間に成り立つ関係式で世界一美しい数式ともいわれるオイラーの等式「 $e^{i\pi} + 1 = 0$ 」からとりました。

「2時」の式に書かれている「 Σ 」は、足し算をしていく記号で、「 $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64 + \dots$ 」とどこまでも足していくと、限りなく2に近づいていきます。右の図のように、面積が1, 1/2, 1/4, 1/8, …の四角を組み合わせると、全体の面積が2になることがわかるでしょう。

「3時」の「 $[\]$ 」はガウス記号といって、括弧の中の数を超えない最大の整数を表わしています。円周率は $\pi = 3.14\dots$ ですから、 π を超えない最大の整数は3ということになります。

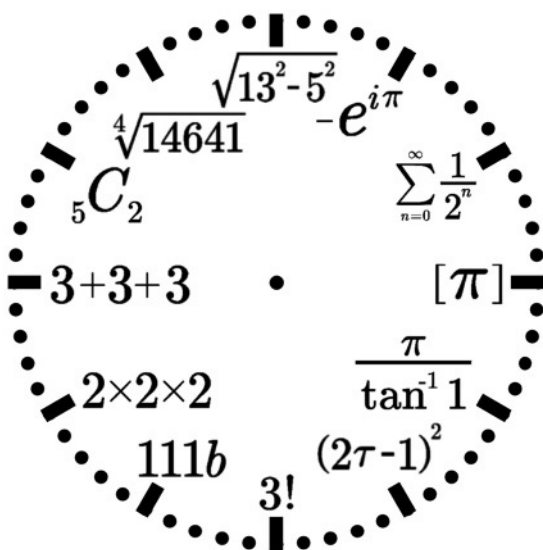


図1. 長谷川作の時計の文字盤

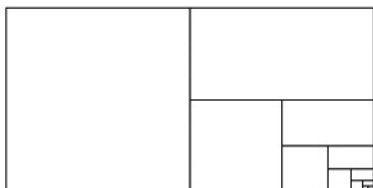


図2. $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots$

「4時」の数式には三角関数が出てきていますが、角度をラジアンという表記にすると、180度が π になります。また、「 $\tan^{-1}1$ 」はタンジェントが1になるような角度を意味していて45度です。これをラジアンで表記すると $\pi/4$ になります。

「5時」に出てくる「 τ 」は黄金比の1.61803...です。正五角形の一辺の長さとお角線の長さの比も、黄金比になっています。ここでは、「 $\tau = (1 + \sqrt{5})/2$ 」を変形することで、「 $(2\tau - 1)^2 = 5$ 」としました。

「6時」に出てくる「!」マークは階乗を表わす記号で、1からその数までを掛け合わせた数になります。「 $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$ 」「 $4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ 」なので、時計の文字盤として階乗が使えるのは「3!」までです。

「7時」「8時」「9時」には、111、222、333と同じ数字を3つ並べてみました。8時と9時はわかりやすいですが、7時は何でしょうか。「b」と付いているのは2進数を表わしていて、2進数の「111」は10進数で「7」になります。

「10時」の「C」はコンビネーション(組み合わせ)を表わす記号で、ものが左下の数だけある中から右下の数のものを取り出す場合に、ものの組み合わせが何通りあるかということを表わします。例えば「りんご」「オレンジ」「グレープ」「レモン」「ソーダ」味の飴が1個ずつ計5個あって、この中から2個選んだときにそれが何味と何味かという組み合わせは10通りなのです。

「11時」に出てくる14641というのは、二項分布というものに出てくる数です。例えば、コインを1枚投げて表がでる確率と裏が出る確率は1:1ですが、2枚投げたら、2枚とも表・表と裏が1枚ずつ・2枚とも裏になる確率は1:2:1、3枚だと1:3:3:1、4枚だと1:4:6:4:1、5枚だと1:5:10:10:5:1...になります。またこの数字の並びは、「 $11^2 = 121$ 」「 $11^3 = 1331$ 」「 $11^4 = 14641$ 」というところにも出てきます(但し、5乗以上は繰り上がりのため、二項分布の数そのままの並びにはなりません)。

最後の「12時」は、ピタゴラスの定理と関係しています。三角形の各辺の長さの比が3:4:5になっていると、「 $3^2 + 4^2 = 5^2$ 」なので直角三角形になっています。同じように辺の長さの比が5:12:13の三角形も「 $5^2 + 12^2 = 13^2$ 」なので直角三角形です。これを変形して、「12時」にしました。

文字盤が剥き出しになっている時計があったら、図1を拡大コピーして貼り付けてみてはいかがでしょう。また、皆さんなら1~12の数字のところにどんな数式を入れるでしょうか。

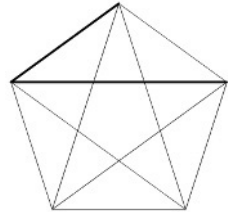


図3. 正五角形の辺とお角線



長谷川 能三(科学館学芸員)