



窮理の部屋 172

ウラシマ効果と双子のパラドックス1

1. はじめに

相対論の世界では、動いている物体が重くなったり、長さが縮んだり、時計の進みが遅くなったりと不思議なことが起こります。そして、勘違いや間違いをよくやっぺてしまいます。なので、僕は相対論の質問があると相対論はよくわからないと言って逃げ回っていました。でもいわゆる双子のパラドックスといわれる問題に似た問題に答えなければならなくなって、改めてちょっと考えてみました。

2. 不思議なミュオン

電子とよく似たミュオンと呼ばれる粒子があります。違うところは質量だけで電子の200倍近くの106MeV。MeVというのはエネルギーの単位なのですが、素粒子の世界では質量とエネルギーは同等とみなされるので、質量を表すのにエネルギーの単位を使います。ミュオンは50万分の1秒(2.2マイクロ秒)の寿命しかなく、2つのニュートリノを出して電子に壊れます。

このミュオンを使って火山などの巨大な物体の内部をレントゲン写真のように撮影する装置が、4階に展示しているミュオグラフィです。ミュオンは宇宙線として空から降ってきます。その頻度は1秒間に手のひらの面積に約1個です。地上に届く宇宙線の大部分がミュオンです。

このミュオンは宇宙のかなたからやって来るのではなく、宇宙から地球に飛び込んできた粒子(=1次宇宙線と呼ばれます)が大気と反応して作られる2次宇宙線です。ミュオンのほとんどは、高度10km程度のところで発生します。

ちょっと待ってください。ミュオンの寿命は2.2マイクロ秒しかないのですから、光の速度で飛んできたとしても660mほどしか移動できないはずですが、どうして高度10kmで発生したミュオンが地上に降って来るのでしょうか。



写真1. 展示場4階のミュオグラフィ装置。ミュオンを使って、火山のような巨大な物体の内部をレントゲン写真のように撮影できる。これはウラシマ効果の賜物。

3. 相対論的効果

ここで、相対論の登場です。 $E=mc^2$ という有名な式があります。この式を使って計算してみましょう。地上に届くミュオンの平均エネルギーは3GeV。上空で発生したミュオンは近くの電子を弾き飛ばし、エネルギーを失いながら飛んで来るのですが、ここでは、3GeVのエネルギーを持ったミュオンがそのまま飛んでいるとしましょう。さて、この3GeVエネルギーは静止エネルギーと運動エネルギーの和です。ミュオンの静止エネルギーは106MeVでしたからずいぶん運動エネルギーが大きいです。これは光の速さに近いスピードで飛んで来ているということです。

相対論では運動する物体は重くなります(エネルギーを持つ)。 $mc^2(=3\text{GeV})$ と $m_0c^2(=106\text{MeV})$ の間には、ミュオンの速度を V 、光の速度を c と置くと $mc^2=m_0c^2/\sqrt{1-(V/c)^2}$ の関係があります。この式から $V=0.99938c$ が求まり、ミュオンは実に光の99.938%の速度で地上に降って来るのでした。なお $1/\sqrt{1-(V/c)^2}$ は相対論によく出てくる因子でローレンツ因子 γ (ここでの値は28.3)と呼ばれます。今の例では、光速の99.938%という非常に速い速度で動いているため、28.3倍も重くなったということです。

このとき、ミュオンと一緒に動く時計は、地球の1/28.3倍ゆっくり進みます。つまり、ミュオンの寿命が28.3倍になるのです。すると寿命が尽きるまでに18.6kmも飛ぶことができるようになり、十分地表に到達できるのです。この寿命の延びる効果のことをウラシマ効果と呼びます。

ミュオンから見れば、寿命はそのまま相対論の効果で18.3kmの距離が1/28.3、つまり647mに縮んだとみることもできます。

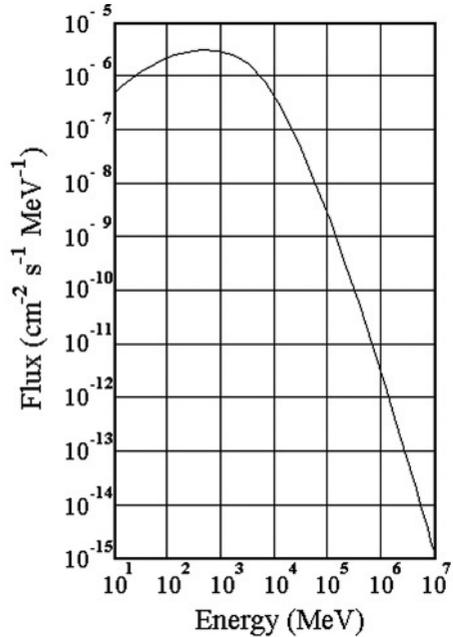


図1 地表におけるミュオンのエネルギー分布。2009年高エネルギー加速器研究機構サマーチャレンジのテキスト「宇宙線を目で見よう」より