



窮理の部屋 173

ウラシマ効果と双子のパラドックス2

相対論は時計の進みが緩やかになったり、長さが縮んだりと不思議なことが起こります。そのため一見矛盾しているのでは？と思えるようなことも起こります。有名な話に双子のパラドックスというものがありますが、それを説明する前段として、前回、寿命の短いミュオンが地表まで到達しているという話をご紹介しました。

1. 2つの座標系

相対論では2つの座標系が登場します。何かの運動を記述するには必ず座標系が必要で、座標の選び方はいくつもあります。もっとも自然なのは、地上に静止してる観測者を基準にする座標だと思います。ここでは座標軸が直交する (x, y, z) 系を使いましょう。特にこの座標系を基準系と呼ぶことにします。

我々のいる地球は太陽の周りを廻りながら自転しています。太陽だって何かに対して動いていることでしょう。いわば遊園地のコーヒーカップのような複雑な運動です。しかも重力が働いています。したがって、ニュートンの第一法則(慣性の法則)、すなわち「外から力が働かなければ静止した物体は静止し続け、運動している物体は等速度直線運動を続ける。」が我々の座標系ではそのまま成り立ちません。

慣性系という意味は、ニュートンの運動の3法則、特に慣性の法則がそのまま成り立つ座標系である、という意味です。しかしここでは、基準系 (x, y, z) は慣性の法則がそのまま成り立つ慣性系であるとします。

そしてもうひとつの座標系 $(x', y, 'z')$ を用意しましょう(図1)。それは基準系に対して等速度で運動している観測者(例えば列車の中にいる人)の座標系です。ある慣性系に対して等速度で動いている別の座標系は、これがまた慣性系になります。したがってこの座標系も慣性系になります。

そして、これからの作業は、この2つの座標系の間を行き来すること、つまり座標変換がどうなるのかを見ていくこととなります。アインシュタインの相対論以前は、時間と空間とは全く別物で、空間の座標 (x, y, z) と (x', y', z') に対して時間 t は共通だと

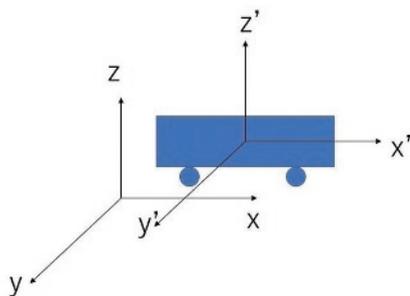


図1:2つの座標系。電車は x 方向に速度 v で走っているとし、 x 軸と x' 軸を重ね合わせるようにしておく。ただしここでは描きにくいのでずらして描かれている。

思われてきました。しかし、相対論ではそれぞれの座標系に対して時間 t が別々で、しかも変換式の中では座標の x , y , z と時間の t が混ざり合います。

2. 時空図

ここでもうひとつグラフを登場させます。先ほどの図では、時間が書き込まれていませんでしたが、今度は時間も書き込みます。そのため前回のミュオンに再び登場してもらいましょう。

ミュオンが発生したという出来事をA、消滅したという出来事をBで表しましょう。出来事がいつ、どこで起こったのかで表す必要がありますから、それぞれ $A(t_A, x_A, y_A, z_A)$ 、 $B(t_B, x_B, y_B, z_B)$ と書くことにします。4つの量を完全に平面で表すことはできませんが、特殊相対論ではほとんどが等速度直線運動を問題にしますので、運動の方向を x 軸に一致させると y と z は変化しませんから省くことが可能です。そして次元を合わせるため、時間に光速を掛け、時間軸を ct とすると図2のような時空図が描けます。

時空図は、趣味の問題というか習慣にしか過ぎませんが縦軸を時間、横軸を空間に取ります。また、一目盛りを例えば縦軸を1年に取ったら、横軸は1光年にします。すると光は45度の傾きをもつ直線になります。そして通常の物体は光速を超えて運動することはありませんから運動の軌跡(時空図では世界線と呼ばれます)は、必ず45度を越えた線で表されることになります。

さて、ここから頭の体操になるのですが、もしA点にじっと動かない物体があったら、その物体の世界線はどうなるでしょうか。それは、 ct 軸に平行な線分になるはずです。ところが実際には、ミュオンはB点まで移動したので ct 軸から傾いた世界線になったという訳です。

ここでこの時空図にミュオンが静止して見える座標系を導入します。まずその時間軸すなわち ct' 軸を考えましょう。それはABに平行でなければなりません。したがって図のように ct' 軸は ct 軸に対して傾いたものになります。

同様に x' 軸は x 軸に対して傾くのですが、 x' 軸をどのように書き入れるかは、時間について、特に同時刻とはどういうことかを考える必要があります。次回は時刻の同時性について考えてみたいと思います。

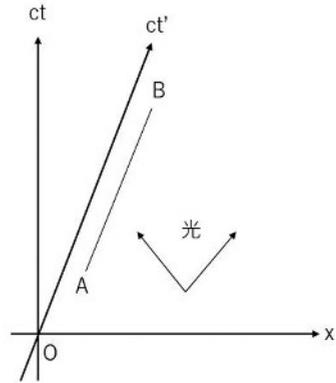


図2:時空図。縦軸が時間軸で、時間は下から上に流れる。

大倉 宏(科学館学芸員)