



窮理の部屋 180

## ウラシマ効果と双子のパラドックス4

前回、離れた場所でのできごとが同時なのか、そうでないのかは観測者によって主張が変わることを電車の光の例で見ました。今回は、それを図示することを考えましょう。

できごとがいつどこで起こったかは4組の数字で表せますが、相対論では物体が直線的に運動することを考えることが多く、その方向をx軸に選べば、y方向とz方向の数字は変化しないので省けて、2つの数字の組、つまり平面上の点でそのできごとを表すことができます。これが第2話で出てきた時空図でした。

さて、原点にいる観測者(私)に対して静止している電車を時空図で考えましょう。縦軸が時間(t)軸、横軸が空間(x)軸です。電車の前端、中央、後端の位置の軌跡はそれぞれ $l_R$ 、 $l_C$ 、 $l_L$ で、これらが時間軸に平行になるのは納得していただけたと思います。これらは全て「同位置線」です。

第2話で約束したように、縦軸の一目盛りが1年なら横軸の一目盛りを1光年、縦軸が1秒なら横軸は1光秒に刻めば、光は45度の直線になります。ある時刻に電車の中央から光が出たできごとをC、その光が電車の先端、あるいは後端に到着したというできごとをそれぞれRとLで表すと、図1のようになり、RとLを結んだ線は「同時刻線」となります。

ここで強調しておきたいのは、同時刻線は空間軸に平行で、同位置線は時間軸に平行になっているということです。

では、電車が動いていたらどうなるのでしょうか？電車の先端の軌跡( $l_{R'}$ )を我々の時空図に描くと図2のようになります。電車の速度は光速度より小さいので $l_{R'}$ の傾きは必ず45度より大きくな

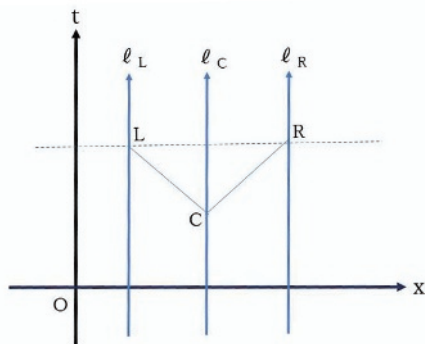


図1: 電車の真ん中で光を発すると、光が前端に到着するのと後端に到着するのは同時刻になる。

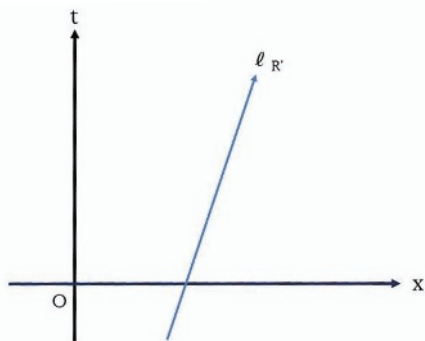


図2: 動いている電車の先端の軌跡

ります。電車の中央( $Q_C$ )と後端( $Q_L$ )、さらに中央 $C'$ から出た光も描くと図3のようになります。光が先端、後端に到着したというできごとが $R'$ と $L'$ で表わされていますが、この2つの点からそれぞれ $x$ 軸に平行に線を伸ばしたときの時間軸との交点が、私にとってのそのできごとが起こった時刻となります。 $t_{R'}$ が $t_{L'}$ より後になることは納得いただけると思います。

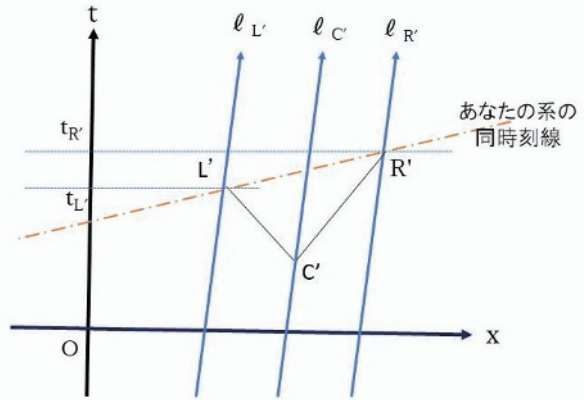


図3: 電車の外の人(私)にとっては同時ではないが、電車の中の人(あなた)にとっては同時。

ところが、電車に乗った人(あなた)にとっては、光が前端と後端に到達した時刻は同時です。つまり、 $R'$ と $L'$ を結んだ線は、電車と共に動く系( $S'$ 系)での「同時刻線」になるはずで。

そして前の議論からの類推で、原点を通る「同時刻線」に平行な直線が空間軸( $x'$ 軸)、また $Q_L$ 、 $Q_C$ 、 $Q_R$ に平行な直線が時間軸にふさわしいことが推測できます。もし、あなたの乗った電車がある時刻で私のいる場所を通過したなら、その時刻、その場所を原点 $O$ に選ぶことができます。そして私の $S$ 系とあなたの $S'$ 系の原点 $O$ は一致し、どちらの系の座標軸も原点 $O$ で交わることになります。

あるできごと $R'$ を $S$ 系で $R'(t, x)$ と表すのか、 $S'$ 系で $R'(t', x')$ で表すのかは自由<sup>1</sup>です。今の話では、私を基準にしたので私( $S$ 系)の軸が直交し、あなたの軸( $S'$ 系)が斜交していましたが、あなたを基準にすれば、 $S$ 系が斜交し、 $S'$ 系が直交します。つまりどちらを選んでもいいのです。しかし時空図では光は必ず45度になることに注意してください。また、 $x$ 軸と $x'$ 軸とのなす角、は、 $t$ 軸と $t'$ 軸のなす角と同じ角度になることも注意してください。

日常の速度では、 $x'$ は $x' = x - vt$ (ここで $v$ はあなたの動く速度)と表され、 $t' = t$ で、この変換はガリレオ変換と呼ばれます。しかし、相対論では時空図から想像できるように変換の仕方は変わってしまいます。それがどのように変わるかを次回見て行きましょう。

## 大倉 宏(科学館学芸員)

<sup>1</sup>  $S$ 系では $L'$ のあとに $R'$ が起こり、 $S'$ 系では $L'$ と $R'$ は同時に起こる。しかし、 $L'$ は $L'$ 、 $R'$ は $R'$ 。どの座標系で表してもできごと(光が電車の端に到達したという事実)には変わりはありません。