2023は特別な数？

新年のご挨拶にも書いたとおり、2023というのは、「$2023=1012^2-1011^2$」という2つの数をそれぞれ二乗したものの差になっていて、しかもその2つの数「1012」と「1011」を足すと「2023」になるのです。

こう書くと「2023」というのが特別な数のように思えてしまったかもしれませんが、実は、例えば科学館が開館した年の1989だって、「$1989=995^2-994^2$」で、しかも「$995+994=1989$」ですし、100年先の2123だって「1062^2-1061^2」なのです。本当かどうか、ぜひ電卓を使って確かめてみてください。

2つの数の二乗したものの差a^2-b^2は、$a^2-b^2=(a+b)\times(a-b)$と書くこともできます。ですから、2023が$M\times N$というように2つの数の掛け算で表すことができて、しかもMが$a+b$、Nが$a-b$となるaとbがあれば、2023はa^2-b^2の形に書くことができるのです。

2023は289×7や119×17とも書けますが、どんな数でも「その数$\times1$」と書くことができます。ですから、$a+b=2023$、$a-b=1$となるようなaとbがあればいいのです。「$a+b=2023$」と「$a-b=1$」の両辺をそれぞれ足すと$2a=2024$なので、$a=1012$、両辺を引き算すると$2b=2022$なので、$b=1011$となります。ということで、1012^2-1011^2は2023になって、2行上にあるとおり、$a+b$は2023なのです。2023年でなくても奇数年であれば、「$a+b=$奇数」と「$a-b=1$」の両方を満たすaとbは必ずあって、aは元の奇数に1を足して半分にした数、bはaから1を引いた数になります。

では、偶数年の場合はどうでしょう？aとbがそれぞれ奇数か偶数かの場合に分けて考えてみましょう。下の表の一番下の段を見ると、中央2つは奇数年、両側2つは偶数年にあたることがわかります。両側2つの「aもbも奇数」か「aもbも偶数」の場合には$(a+b)$も$(a-b)$も偶数ですから、$(a+b)\times(a-b)$は4の倍数になってしまいます（※）。ということは、偶数年でも4の倍数ではない年（例えば2022年）はこの表に現われないので、a^2-b^2の形に書くことができないのです。尚、4の倍数の年はa^2-b^2の形に書くことはできますが、$a+b$が元の数と一致することはありません。例えば2024年だと、$2024=507^2-505^2$と書けますが、$507+505=1012$と、元の2024の半分になってしまいます。

	aもbも奇数	aは奇数、bは偶数	aは偶数、bは奇数	aもbも偶数
$a+b$	偶数	奇数	奇数	偶数
$a-b$	偶数	奇数	奇数	偶数
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	偶数※	奇数	奇数	偶数※

長谷川　能三（科学館学芸員）